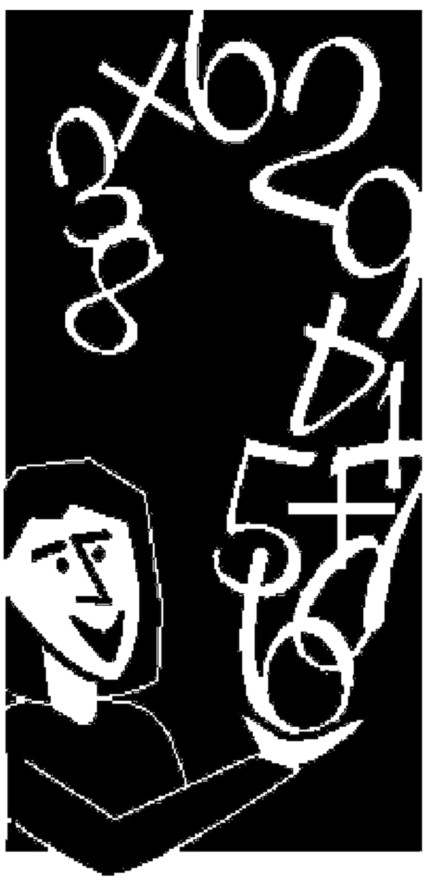
Concours Opti-math
GRMS
Secrétariat
1000, rue Saint-Antoine
Terrebonne, Québec
J6W 1P3

Épreuve finale
Questionnaire



Concours
Opti-Math + 2020

Université Laval | Faculté des sciences et de génie

Comité d'élaboration des épreuves

Responsable

Jean-Daniel Gagnon	Séminaire Marie-Reine-du-Clergé

Comité de rédaction

Rédaction d'items

Mélanie Auclair	C.S. des Hauts-Cantons
Guy Breton	Retraité
Geanina Craciun	École secondaire Henri-Dunant
Ghislain Desmeules	Retraité
Martin Duchesne	École secondaire Polybel
Éric Lapointe	Pavillon Wilbrod-Dufour
Félicia Postoronca	École secondaire Paul-Guérin-Lajoie
Keven Poulin	Collège Sainte-Anne de Lachine
Martin Salesse	École secondaire Camille-Lavoie
Audrey Savard	École secondaire de Mortagne
Marie-Hélène Simard	Collège Sainte-Anne de Lachine

Sélection d'items

Jean-Daniel Gagnon	Séminaire Marie-Reine-du-Clergé
Martin Salesse	École secondaire Camille-Lavoie

Révision et correction

Claude Boucher	École secondaire Marcellin-Champagnat
Guy Breton	Retraité
Nathalie Demers	École secondaire De Rochebelle
Ghislain Desmeules	Retraité
Martin Duchesne	École secondaire Polybel
Daniel Ouellet	École du Mistral
Éric Lapointe	Pavillon Wilbrod-Dufour

Situation 1 *Le mur de briques mathématiques*

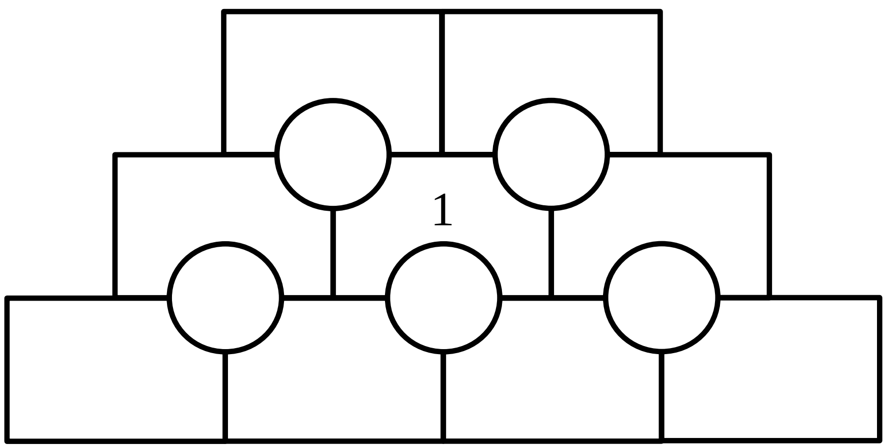
Jordan a dessiné un mur avec 9 briques tel qu'illustré ci-dessous.

Il a inscrit le nombre 1 sur la brique située au centre du mur.

Place les nombres 2 à 9 sur les autres briques selon ces deux conditions :

- la somme des nombres situés sur les 3 briques entourant un cercle doit être toujours la même,
- la somme des nombres doit être la plus petite possible.

De plus, inscris la somme obtenue dans les cercles.



Situation 2 *En autobus et à pied*

Martin est présentement au terminus d'autobus.
Il doit choisir quel autobus il doit prendre pour se rendre à son concours de mathématiques.

Le terminus est situé à 48 km de sa destination.

Voici les 3 autobus qu'il peut prendre.

- L'autobus A part dans 12 minutes et il devra marcher les derniers 6 km pour se rendre à sa destination.
- L'autobus B part dans 20 minutes et il devra marcher les derniers 5 km pour se rendre à sa destination.
- L'autobus C part dans 30 minutes et il devra marcher les derniers 4 km pour se rendre à sa destination.

Les autobus roulent à une vitesse moyenne de 20 km/h.

Martin marche, en moyenne, 400 mètres en 5 minutes.

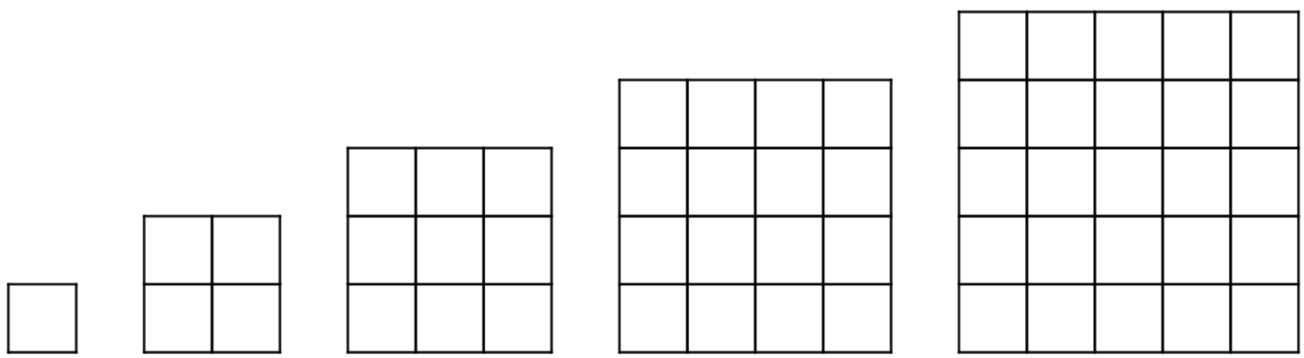
Afin d'arriver le plus tôt possible, quel autobus Martin doit-il prendre et combien de temps lui faudra-t-il pour se rendre à sa destination? Exprime ta réponse en heures, minutes et secondes.

Situation 3 *Une suite logique!*

Voici une suite de carrés subdivisés en carrés de même dimension.

Dans chaque figure de la suite, il existe plusieurs carrés de différentes dimensions. On s'intéresse au nombre total de carrés pour chaque figure.

Par exemple, la 2^{e} figure compte 5 carrés au total (4 carrés de 1 unité de côté et 1 carré de 2 unités de côté).



1^{er} 2^{e} 3^{e} 4^{e} 5^{e}

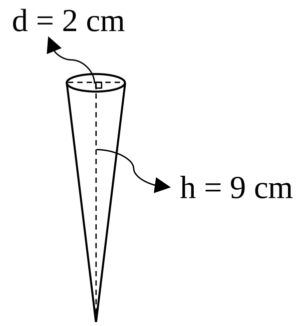
a) La 6^{e} figure de cette suite sera formée de combien de carrés au total?

b) La 15^{e} figure de cette suite sera formée de combien de carrés au total?

Situation 4 *Entre eau et glace*

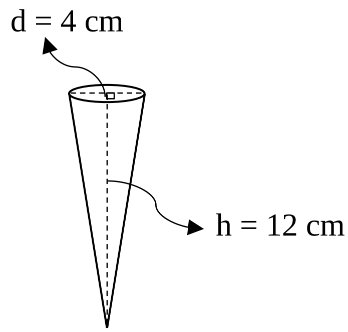
L'eau a la particularité d'augmenter de volume lorsqu'elle passe de l'état liquide à l'état solide. Cette augmentation est de 10 %.

a) Un glaçon en forme de cône a un diamètre de 2 cm à sa base et une hauteur de 9 cm. Marc dépose le glaçon dans un bol dans le but de le faire fondre en entier.



Quelle est la quantité d'eau obtenue si aucune goutte n'a été perdue ni évaporée?
Exprime ta réponse au dixième de millilitre près.

b) Un autre glaçon conique possède un diamètre de 4 cm à sa base et une hauteur de 12 cm.



Une quantité d'eau liquide correspondant à $5{,}5\pi$ ml s'ajoute à ce glaçon, puis elle se transforme en glace. Le glaçon conserve sa forme conique, ainsi que son diamètre de 4 cm à sa base.

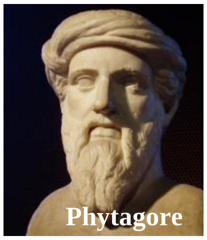
Quelle est la nouvelle hauteur du glaçon après l'ajout de l'eau?
Exprime ta réponse au dixième de centimètre près.

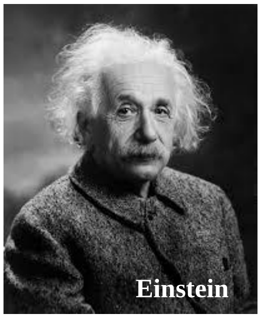
Notes :

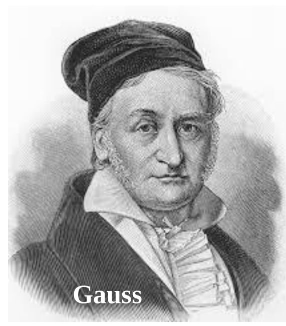
- 1 ml = 1 cm^3
- Formule du volume d'un cône : $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

Situation 5 *Un livre d'histoire*

Émile a entrepris de lire un livre sur l'histoire des mathématiques.







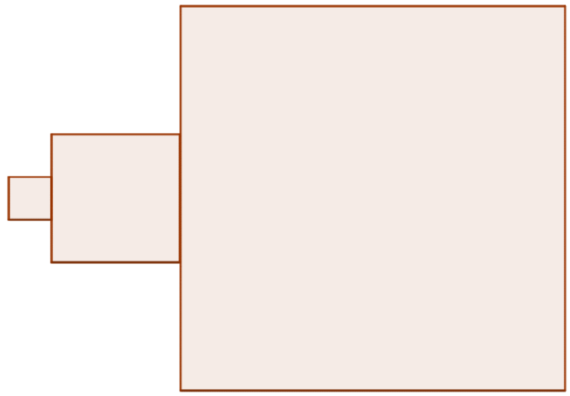
Voici des informations sur les chapitres du livre.

- Les 5 chapitres du livre totalisent 753 pages.
- Les 3 premiers chapitres totalisent 354 pages.
- Les 3 derniers chapitres totalisent 477 pages.
- Le premier chapitre a 86 pages de moins que l'avant-dernier chapitre.
- Le dernier chapitre a 55 pages de plus que le premier chapitre.

Combien y a-t-il de pages dans chaque chapitre?

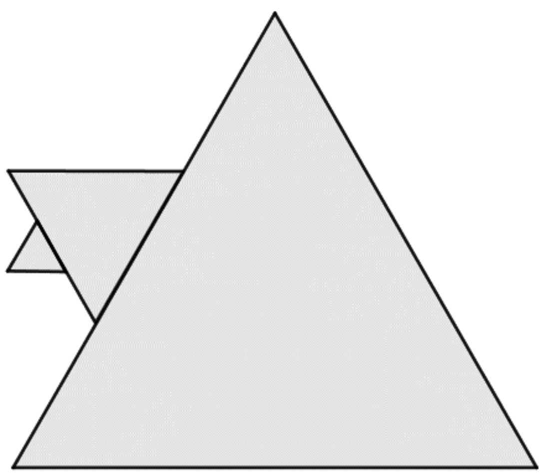
Situation 6 *Triplets de polygones réguliers*

a) La figure ci-dessous est constituée de trois carrés.
La mesure d'un côté d'un carré est le triple de la mesure d'un côté du carré qui le précède.



Si l'aire de cette figure est de 568,75 cm^2, quel est la mesure de son périmètre?
Exprime ta réponse au centimètre près.

b) La figure ci-dessous est constituée de trois triangles équilatéraux.
La mesure d'un côté d'un triangle est le triple de la mesure d'un côté du triangle qui le précède.



Si l'aire de cette figure est de 965,40 cm^2, quel est la mesure de son périmètre?
Exprime ta réponse au centimètre près.

Situation 7 ***2019***

Charlotte aime beaucoup les chiffres. Elle regarde le code-barres à 8 chiffres sur sa boîte de céréales et remarque qu'il y a le nombre 2019.

2019

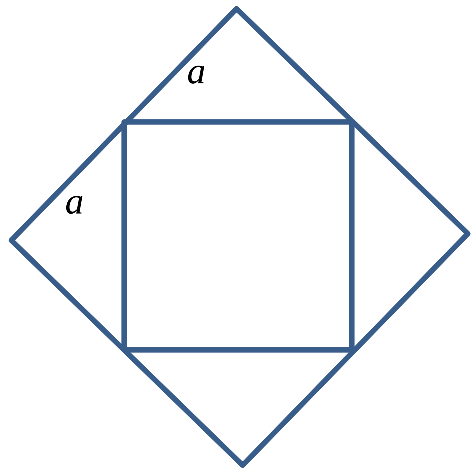
Détermine combien de nombres à 8 chiffres compris entre 10 000 000 et 99 999 999 qui présentent de gauche à droite la séquence « 2019 ».

Exemple valide : 32 4<u>20 19</u>6 Exemple non valide : 32 4<u>91 02</u>6

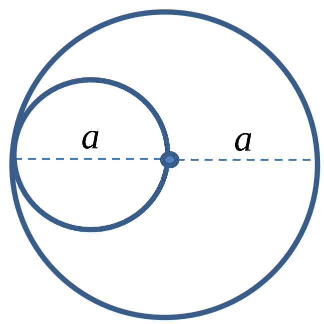
Situation 8 *Relation entre deux figures*

Pour chacune des paires de figures suivantes, il existe une relation concernant leurs aires.
Détermine le rapport de l'aire de la plus petite figure à celle de la plus grande…

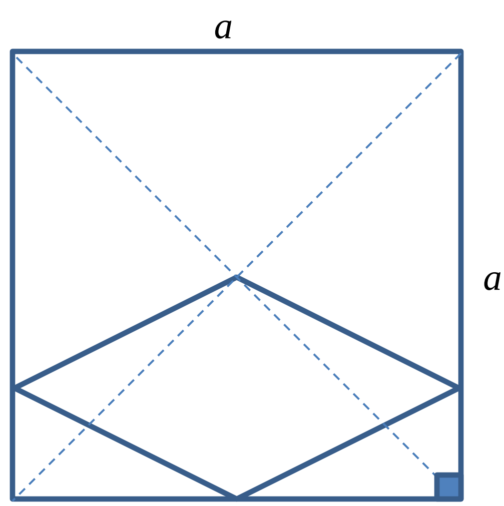
a) … de ces deux carrés?



b) … de ces deux cercles?



c) … de ces deux losanges?



Notes :

- Formule de l'aire d'un carré : $A = c^2$
- Formule de l'aire d'un disque : $A = \pi r^2$
- Formule de l'aire d'un losange : $A = \frac{D \cdot d}{2}$

Situation 9 *Les scarabées japonais*

Catherine déteste les scarabées japonais qui envahissent son prunier. Malgré le nombre croissant de ces insectes nuisibles, elle choisit d'en enlever manuellement le plus possible une fois par semaine sans utiliser de pesticide.

a) Elle estime à 100 le nombre de scarabées dans l'arbre et en enlève 18 aujourd'hui.

Le nombre de scarabées augmente de 10 % (arrondi à l'unité près) d'une semaine à l'autre et elle en enlève toujours un de plus que la semaine précédente (ou la totalité s'il n'en reste pas assez).

Catherine a réussi à enlever tous les scarabées dans son prunier.

À partir du moment où elle a enlevé les 18 premiers scarabées, combien de semaines se sont écoulées avant qu'elle n'enlève les derniers? Et combien en enlève-t-elle cette dernière fois?

b) L'an passé, Catherine a utilisé le même procédé pour s'en débarrasser.

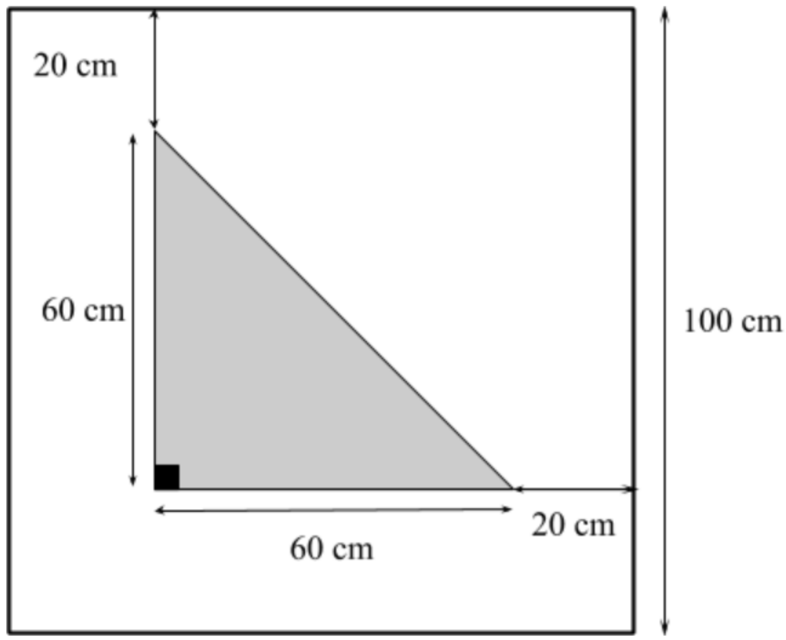
Au début, elle a estimé le nombre de scarabées à 80.

Tout comme cette année, le nombre de scarabées japonais augmentait de 10 % chaque semaine.

Si Catherine a enlevé les 14 derniers scarabées après 7 semaines, combien en a-t-elle enlevés la première fois, au début de la saison?

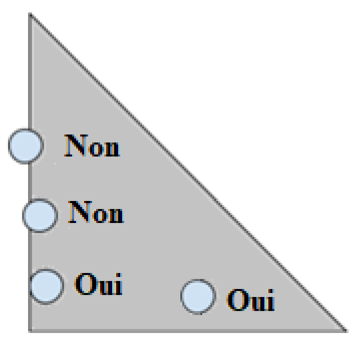
Situation 10 *Parfaitement à l'intérieur*

La figure suivante représente le fond d'une boîte cubique sur lequel on a tracé un triangle gris. Ce triangle est rectangle et isocèle.



On lance aléatoirement dans cette boîte un jeton de 4 cm de diamètre.

Quelle est la probabilité, en pourcentage, qu'après le lancer, la pièce repose entièrement à l'intérieur du triangle gris comme illustré ci-dessous? Exprime ton pourcentage à l'unité près.

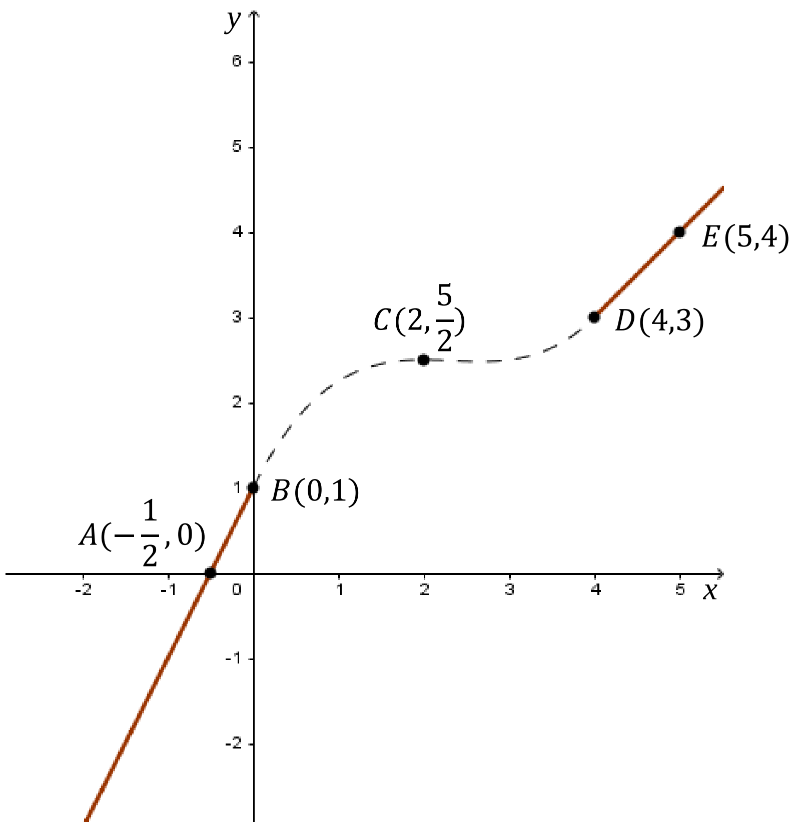


<u>Le concours prend fin ici pour les élèves de 4e secondaire.</u>

Situation 11 *Le chemin de fer*

Lors de la construction d'un chemin de fer, la découverte d'un marais où vivent plusieurs animaux protégés force le responsable à modifier le parcours initial de la voie ferrée.

Il doit construire un tronçon qui relie le point B et le point D, tout en passant par le point C. Ce tronçon est représenté par la courbe pointillée dans le plan cartésien ci-dessous.



Évidemment, on ne peut pas relier le point B et D par un segment de droite, car cela provoquerait un changement de cap trop brutal pour un train et provoquerait des déraillements.

Le responsable décide que la courbe sera associée à une fonction dont la règle est de la forme :

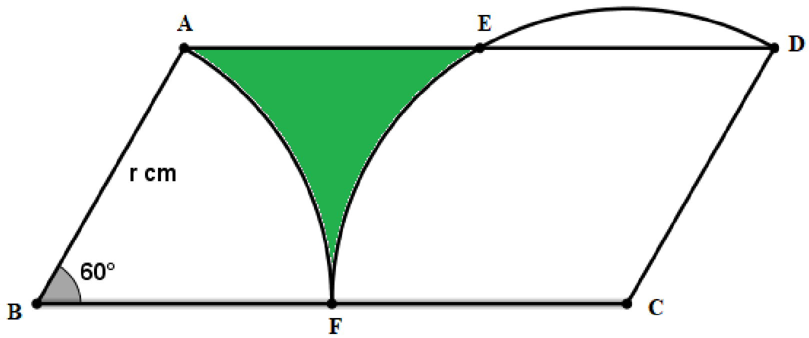
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

En effectuant certains calculs, il remarque que le paramètre c doit être égal à la pente du chemin de fer AB.

Quelle est la règle de la fonction que le responsable du train doit trouver?

Situation 12 *Le tee*

Les côtés d'un parallélogramme ABCD sont dans le rapport 1 : 2.



Son plus petit angle intérieur mesure 60^o.

On trace deux arcs de cercle dont le rayon est le côté le plus court du parallélogramme.

Les centres des arcs de cercle sont B et C.

On considère que la mesure du segment AB est de *r* cm.

Quelle expression algébrique réduite représente l'aire de la région ombragée dans la figure donnée?