



Épreuve finale Questionnaire



*Concours
Opti-Math 2020*



UNIVERSITÉ
LAVAL

Faculté
des sciences
et de génie

Comité d'élaboration des épreuves

Responsable

Martin Salesses

École secondaire Camille-Lavoie

Comité de rédaction

Rédaction d'items

Guy Breton

Retraité

Geanina Craciun

École secondaire Henri-Dunant

Ghislain Desmeules

Retraité

Martin Duchesne

École secondaire Polybel

Éric Lapointe

Pavillon Wilbrod-Dufour

Mathilde Loiselle-Davidson

C.S. du Lac Témiscamingue

Félicia Postoronca

École secondaire Paul-Gérin-Lajoie

Keven Poulin

Collège Sainte-Anne de Lachine

Audrey Savard

École secondaire De Mortagne

Sélection d'items

Jean-Daniel Gagnon

Séminaire Marie-Reine-du-Clergé

Martin Salesses

École secondaire Camille-Lavoie

Révision et correction

Claude Boucher

École secondaire Marcellin-Champagnat

Guy Breton

Retraité

Nathalie Demers

École secondaire De Rochebelle

Ghislain Desmeules

Retraité

Martin Duchesne

École secondaire Polybel

Éric Lapointe

Pavillon Wilbrod-Dufour

Daniel Ouellet

École du Mistral

Quatre amis, Anna, Benoît, Charlotte et David, habitent quatre villes différentes.

Hier, ils ont joué avec l'application *Pokémon Go* dans leur ville respective. Le jeu consiste à trouver et amasser des objets « *Poké balls* » en plus de capturer des créatures « *Pokémon* » portant des noms plutôt originaux. À la fin de la journée, les quatre amis ont tous réussi à attraper un *Pokémon* différent, en plus d'accumuler un certain nombre de *Poké balls*.

Voici des informations sur leur chasse :

- 1) La personne de Beloeil a 65 *Poké balls*.
- 2) Quelqu'un a attrapé un Ponyta.
- 3) Benoît habite à Chambly.
- 4) La personne de Laval a attrapé un Roucool.
- 5) Ce n'est pas celui qui a le plus de *Poké balls* qui a attrapé un Nidoran.
- 6) Anna n'a que 10 *Poké balls*.
- 7) Charlotte a attrapé un Fantominus.
- 8) La personne ayant le plus de *Poké balls* en possède 85.

Détermine pour chacun des joueurs le nom du *Pokémon* attrapé, le nom de la ville où ils habitent ainsi que le nombre de *Poké balls* accumulés.

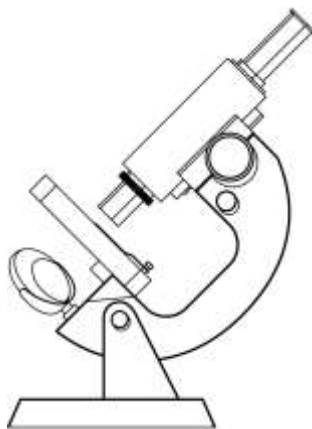


Catherine étudie la reproduction d'un type de bactérie en laboratoire.

Elle a remarqué que le nombre de bactéries double d'une journée à l'autre.

Lorsqu'elle ajoute un antibiotique, celui-ci élimine un petit nombre de bactéries. Cependant, l'efficacité de cet antibiotique augmente à chaque jour. Le nombre de bactéries éliminées une certaine journée est toujours le double du nombre de bactéries éliminées la veille.

- a) La première journée de son expérience, Catherine a dénombré 30 bactéries.
Après l'ajout de l'antibiotique, 5 bactéries sont mortes lors de ce premier jour.
À partir de ce moment, dans combien de jours l'antibiotique aura-t-il éliminé toutes les bactéries?
- b) Catherine décide de refaire la même expérience.
Il a fallu 4 jours pour que l'antibiotique élimine toutes les bactéries.
Lors de la dernière journée, l'antibiotique a éliminé 64 bactéries.
Combien de bactéries y avait-il au début de l'expérience?



Situation 3

Le cavalier voyageur

Aux échecs, le cavalier se déplace de 3 cases selon un mouvement en forme de «L». La figure 1 montre toutes les destinations possibles lors du mouvement du cavalier à partir de la case du milieu d'un échiquier 5 par 5.

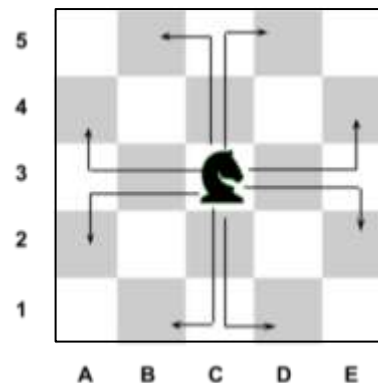


Figure 1

Au départ, on positionne le cavalier sur la case A1. On s'intéresse au nombre minimal de mouvements nécessaires pour déplacer le cavalier jusqu'à une destination donnée.

Par exemple, la figure 2 montre qu'un minimum de 2 mouvements sont nécessaires pour déplacer le cavalier jusqu'à sa destination, soit la case D4. Des chemins possibles empruntés par le cavalier pourraient être A1-B3-D4 ou A1-C2-D4.

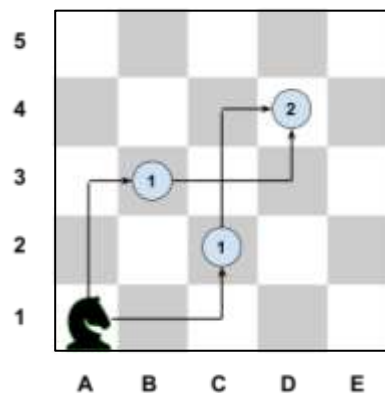
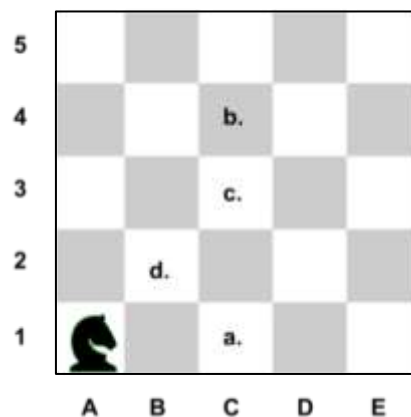


Figure 2

Quel est le nombre minimal de mouvements nécessaires pour déplacer le cavalier jusqu'à sa destination, soit...

- a) ... la case C1?
- b) ... la case C4?
- c) ... la case C3?
- d) ... la case B2?



Pour justifier ta réponse, trace un des chemins possibles sur les échiquiers du cahier de réponses.

Au-delà de la voie lactée, il existe une multitude de planètes. Sur la planète Actarie, le temps est divisé de manière sensiblement différente de nous.

- Les secondes sur Actarie ont la même durée que sur la Terre.
 - Une minute sur Actarie dure 72 secondes terriennes.
 - Une heure sur Actarie dure 48 minutes terriennes.
 - Un jour sur Actarie dure 32 heures terriennes.
 - Un mois sur Actarie dure 24 jours terriens.
 - Un an sur Actarie dure 10 mois terriens.
- a) Sur Actarie, un phénomène astronomique dure 3 ans, 7 mois, 17 jours, 28 heures, 41 minutes et 45 secondes.

Sur Terre, combien de secondes le même phénomène astronomique durerait-il?



Sur Actarie, nous sommes actuellement le 19^e jour du 6^e mois de l'an 12 542.

Un phénomène astronomique débute à 27 heures, 36 minutes et 50 secondes précisément.

Sur cette planète, dès qu'un phénomène se termine, un nouveau de même durée débute.

- b) À quel moment débutera le prochain phénomène astronomique?
Donne les secondes, les minutes, l'heure, le jour, le mois et l'année.
- c) À quel moment avait débuté le phénomène astronomique précédent?
Donne les secondes, les minutes, l'heure, le jour, le mois et l'année.

Situation 5

En bus et à pied

Martin est présentement au terminus d'autobus.

Il doit choisir quel autobus il doit prendre pour se rendre à son concours de mathématiques.

Le terminus est situé à 48 km de sa destination.



Voici les 3 autobus qu'il peut prendre.

- L'autobus A part dans 12 minutes et il devra marcher les derniers 6 km pour se rendre à sa destination.
- L'autobus B part dans 20 minutes et il devra marcher les derniers 5 km pour se rendre à sa destination.
- L'autobus C part dans 30 minutes et il devra marcher les derniers 4 km pour se rendre à sa destination.

Les autobus roulent à une vitesse moyenne de 20 km/h.

Martin marche, en moyenne, 400 mètres en 5 minutes.

Afin d'arriver le plus tôt possible, quel autobus Martin doit-il prendre et combien de temps lui faudra-t-il pour se rendre à sa destination? Exprime ta réponse en heures, minutes et secondes.

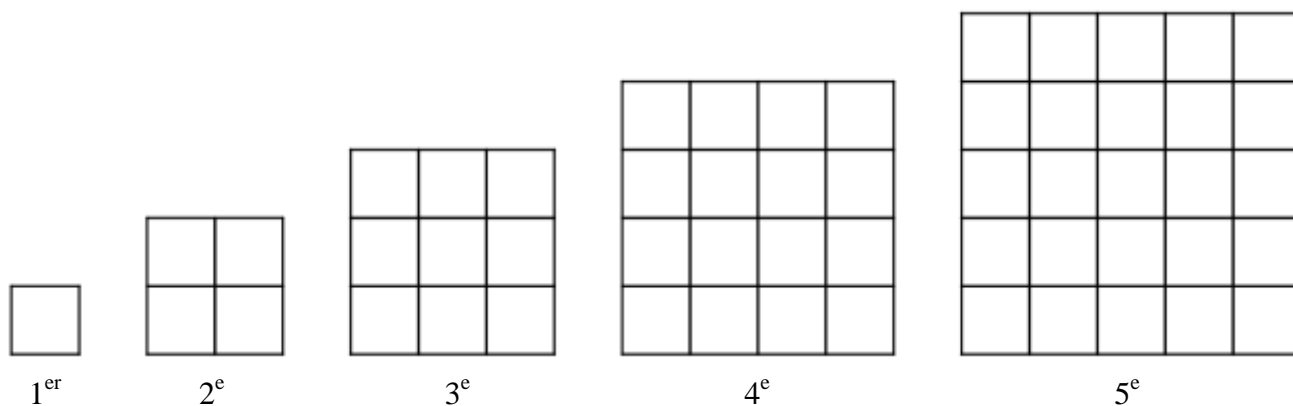
Situation 6

Une suite logique

Voici une suite de carrés subdivisés en carrés de même dimension.

Dans chaque figure de la suite, il existe plusieurs carrés de différentes dimensions. On s'intéresse au nombre total de carrés pour chaque figure.

Par exemple, la 2^e figure compte 5 carrés au total (4 carrés de 1 unité de côté et 1 carré de 2 unités de côté).



- a) La 6^e figure de cette suite sera formée de combien de carrés au total?
- b) La 15^e figure de cette suite sera formée de combien de carrés au total?

Situation 7

Les ouvriers

Un entrepreneur en construction vient d'embaucher deux équipes d'ouvriers. Nommons-les l'équipe A et l'équipe B.

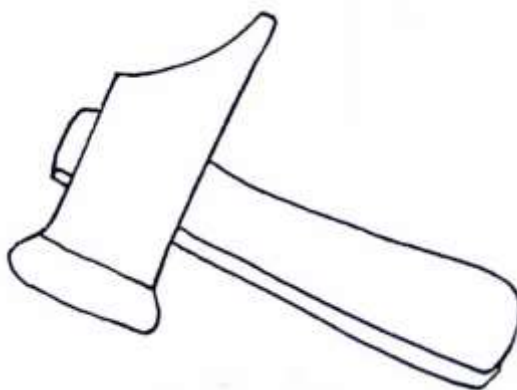
Il aura besoin de ses deux équipes pour réaliser un nouveau projet.

Cependant, une des deux équipes est beaucoup moins expérimentée que l'autre. C'est pour cette raison que les deux équipes ne travaillent pas à la même vitesse.

Si les deux équipes travaillaient ensemble, elles finiraient le projet en 6 jours.

Si les deux équipes travaillaient ensemble durant les deux premiers jours, l'équipe A aurait besoin de 10 jours supplémentaires pour terminer seule le reste du projet.

En combien de jours chaque équipe réaliserait-elle le projet si elle travaillait seule?



Situation 8

Le mur de briques mathématiques

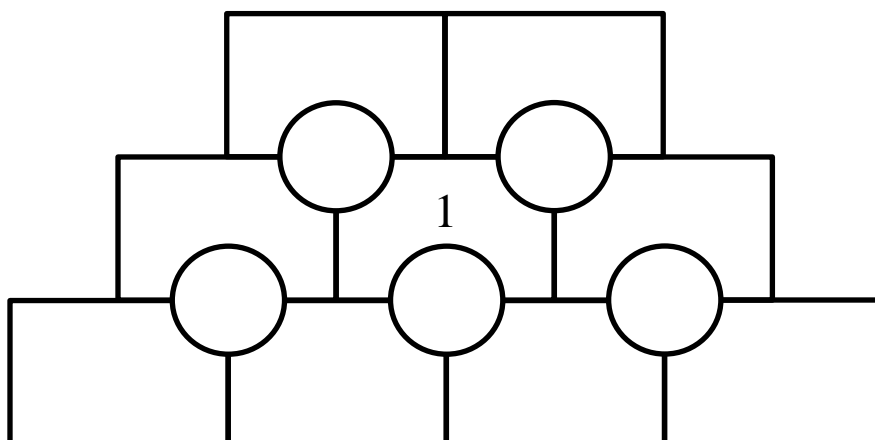
Jordan a dessiné un mur avec 9 briques tel qu'illustré ci-dessous.

Il a inscrit le nombre 1 sur la brique située au centre du mur.

Place les nombres 2 à 9 sur les autres briques selon ces deux conditions :

- la somme des nombres situés sur les 3 briques entourant un cercle doit être toujours la même,
- la somme des nombres doit être la plus petite possible.

De plus, inscris la somme obtenue dans les cercles.



Le concours prend fin ici pour les élèves de secondaire 1.

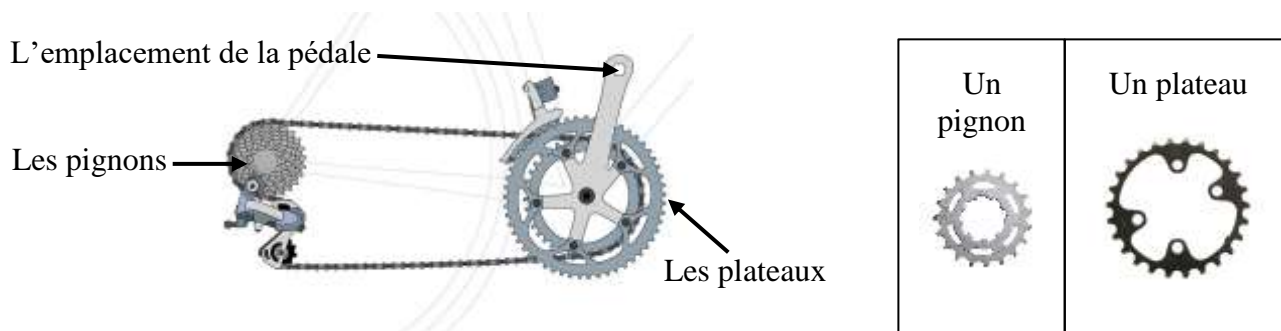
Situation 9

Les vitesses de vélo

Le « développement d'une vitesse de vélo » est la distance parcourue au sol, en mètres, pour un tour complet de manivelle (pédale).

Les vitesses sont classées en ordre croissant d'après ces développements.

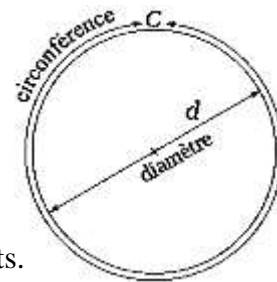
Pour un vélo à 10 vitesses, la 1^{re} vitesse est celle qui a le plus court développement, c'est la plus facile à pédaler. La 10^e vitesse est celle qui a le plus long développement, c'est la plus difficile à pédaler.



Lorsque le vélo est à une certaine vitesse, la chaîne entoure un seul pignon et un seul plateau à la fois. Le développement de vitesse, noté D_v , se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$D_v = \frac{\text{Nombre de dents du plateau entouré par la chaîne}}{\text{Nombre de dents du pignon entouré par la chaîne}} \times \text{Circonférence de la roue}$$

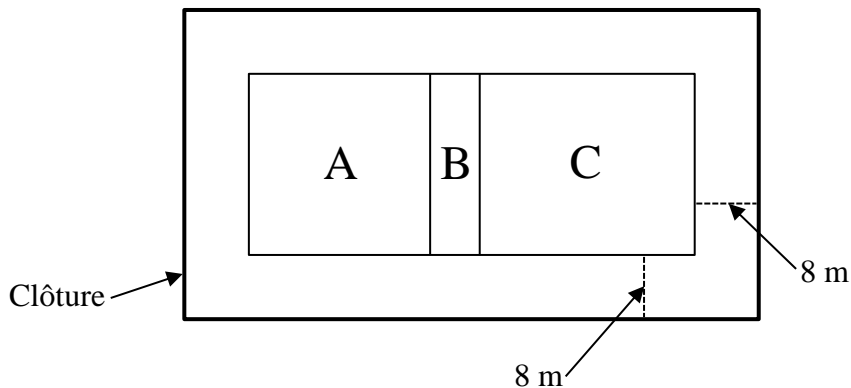
La circonférence d'une roue se calcule en multipliant son diamètre par 3,14.



- a) Un vélo possède trois pignons et deux plateaux, donc 6 vitesses possibles.
Le premier pignon a 20 dents, le deuxième a 24 dents et le troisième a 30 dents.
Le premier plateau a 42 dents et le deuxième a 50 dents.
Le diamètre des roues de ce vélo mesure 0,7 m.
Quelle est la différence de développement entre la 1^{re} et la 6^e vitesse de ce vélo?
Arrondis ta réponse au centième de mètre près.

- b) Un autre vélo à 6 vitesses, ayant des pignons et des plateaux identiques, possède des roues dont le diamètre mesure 0,8 m.
À une certaine vitesse, le développement est de 5,2752 m.
À cette vitesse, le pignon et le plateau entourés par la chaîne ont combien de dents?

Un parc est formé de trois sections A, B et C. On veut mettre une clôture à 8 m tout autour du parc.



Voici quelques informations utiles.

La surface totale correspondant aux parties A et B est de 696 m^2 .

La surface totale correspondant aux parties B et C est de 840 m^2 .

La surface totale correspondant aux parties A, B et C est de 1416 m^2 .

La partie A est un carré.

Le coût d'une clôture revient à 12,50 \$ le mètre.

Quel sera le coût de la clôture posée autour du parc?

Le concours prend fin ici pour les élèves de secondaire 2.

Bruno, Mireille, Ann-Julie, Carl et David viennent de recevoir la note de leur examen de mathématique.

L'examen était sur 80 points.

Mireille a eu 4 points de moins que Bruno.

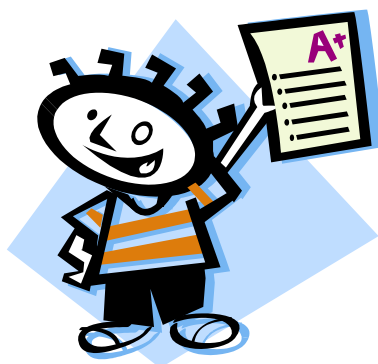
Ann-Julie a 20 points de plus que Mireille.

Carl, quant à lui, a 32 points de moins que le double de la note de Bruno.

David a moins bien réussi et a obtenu la moitié de la note d'Ann-Julie.

La moyenne des notes de ces cinq élèves est de 74 %.

- a) Quelle est la note de chaque élève en pourcentage?
Arrondis tes réponses à l'unité de pourcentage près.
- b) Francine se joint au groupe. L'ajout de sa note fait augmenter la moyenne du groupe à 76 %.
Quelle est la note de Francine en pourcentage?
Arrondis ta réponse à l'unité de pourcentage près.



Charlotte aime beaucoup les chiffres. Elle regarde le code-barres à 8 chiffres sur sa boîte de céréales et remarque qu'il y a le nombre 2019.

2019

Détermine combien de nombres à 8 chiffres compris entre 10 000 000 et 99 999 999 qui présentent de gauche à droite la séquence « 2019 ».

Exemple valide : 32 420 196

Exemple non valide : 32 491 026